

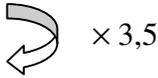
Fonctions linéaires

Proportionnalité et pourcentage

1. Proportionnalité et fonction linéaire

Exemple

Nombre DVD loués	0	1	5	12	20	28	x
Prix (€)	0	3,50	17,5	42			$3,5 x$



Le prix payé est proportionnel au nombre de DVD loués ; le coefficient de proportionnalité est 3,5.
 Pour x DVD loués, le prix payé est $3,5x$.

On modélise cette situation de proportionnalité par une fonction f . $f : x \rightarrow 3,5 x$.

Définition

« a » est un nombre relatif fixé.

Une fonction linéaire est un processus qui à un nombre x associe le nombre $a x$.

$$f : x \longmapsto a x \qquad f(x) = a x$$

« a » est appelé **coefficient** de la fonction.

Exemple: $f : x \rightarrow 3,5 x$ est la fonction linéaire de coefficient 3,5 qui modélise la situation de proportionnalité ci-dessus.

2. Image et antécédent

On considère la fonction f définie par: $f : x \rightarrow 3,5 x$

L'image de 5 par la fonction f est : $f(5) = 3,5 \times 5$ $f(5) = 16,5$

L'image de 12 par la fonction f est : $f(12) = 3,5 \times 12$ $f(12) = 42$

Sachant que le prix payé est 21 €, on cherche le nombre de DVD loués, noté x .	
$f(x) = 21$ $3,5 x = 21$ $x = 21 \div 3,5$ $x = 6$ L'antécédent de 21 est 6. Pour 21 €, on a loué 6 DVD.	Cas général $f(x) = c$ $a x = c$ $x = \frac{c}{a}$
<i>Remarque:</i> L'équation $f(x) = 21$ a une solution unique.	Il n'existe qu'un seul antécédent, par une fonction linéaire, pour un nombre donné.

3. Représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction linéaire $f : x \longmapsto a x$ est une **droite passant par l'origine**. Elle représente une situation de proportionnalité.

« a » est appelé **pente** ou **coefficient directeur** de la droite.

On note (d) la représentation graphique de la fonction f.

Dans un repère, un point M (x ; y) appartient à la droite (d) si et seulement si $y = a x$

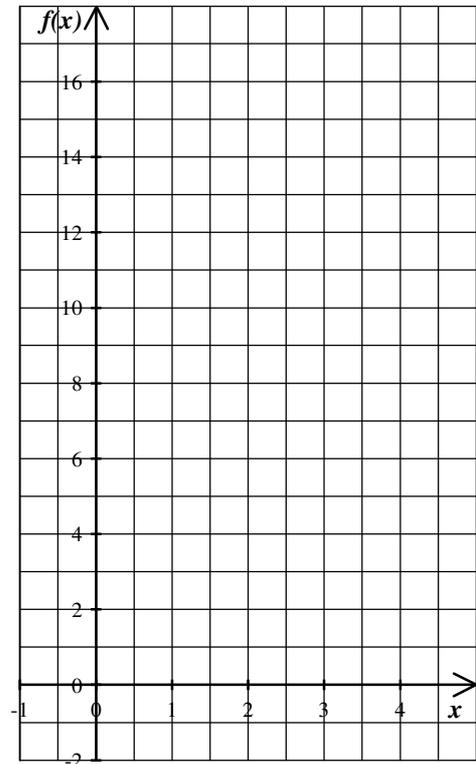
On dit que la droite (d) a pour équation $y = a x$

Exemple: Soit f la fonction linéaire $f : x \mapsto 3,5 x$

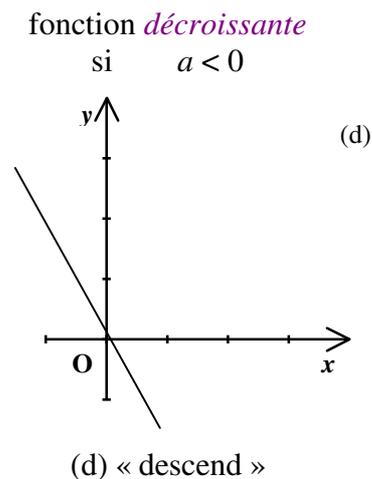
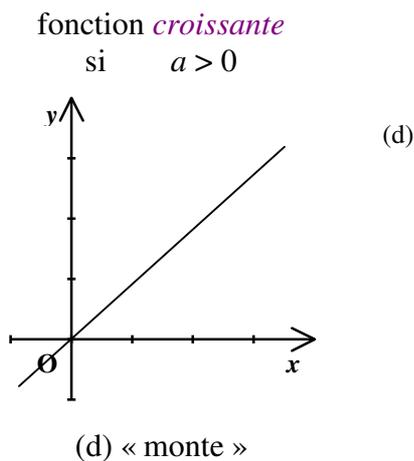
$$f(1) = 3,5$$

$$f(4) = 14$$

Les points M (1 ; 3,5) et N (4 ; 14) appartiennent à la droite (d).



4. Fonction croissante ; fonction décroissante



5. Expression algébrique d'une fonction linéaire

Trouver l'*expression algébrique* d'une fonction linéaire f, c'est trouver la valeur de « a » dans $f(x) = a x$

Exemple

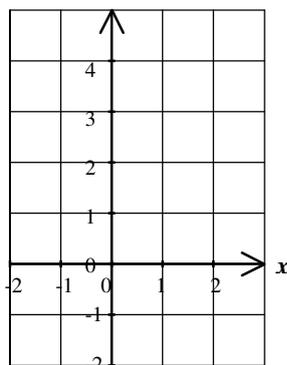
Par lecture graphique

« a » est la *pente*
ou *coefficient directeur*

$$a = \frac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$a = 1,5$$



Par le calcul

On sait que $f(2) = 3$ ou que le point M (2 ; 3) appartient à la représentation graphique de f.

$$f(2) = 3$$

$$2 a = 3$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$a = 1,5$$

Donc, $f(x) = 1,5 x$